

粒子/カルマン混合フィルタを用いた地下水位推定 Estimation of groundwater level by Particle/Kalman hybrid filtering

○丸山 篤志, 八尾野 怜奈, マイケル コンラッド コック, 藤澤 和謙

Atsushi MARUYAMA, Reina YAONO, Michael Conrad KOCH, Kazunori FUJISAWA

1. はじめに

地下ダムの建設や貯水状況の把握にあたっては、地下水位及び透水性の推定が必要となり、データ同化手法は地下水位や透水性の推定には有用なツールとなる。カルマンフィルタ (KF) 及び粒子フィルタ (PF) は、典型的なデータ同化手法であるが、現在ではそれらの手法の利点を活かし、混合的に利用する方法が考えられている。本論ではカルマンフィルタ (KF) と粒子フィルタ (PF) を組み合わせた混合手法を用い、被圧帯水層の透水量係数及び地下水位の推定を試みた。その中では、初期条件、観測ノイズ、初期分散共分散行列が推定結果に及ぼす影響について、単純化された問題を通して考察を行った。

2. 支配方程式と粒子/カルマンフィルタ混合手法

支配方程式には地下水位の予測を想定し、次の準三次元地下水浸透方程式を採用する。

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (1)$$

ここに、 S 貯留係数、 h は地下水位、 T_x 及び T_y はそれぞれ x 方向及び y 方向の透水量係数を表す。KF と PF による混合手法において、地下水位 h の確率更新を KF、材料パラメータ T_x 及び T_y の確率更新を PF によって行い、それらの同時確率を推定する。すなわち、被圧帯水層の支配方程式である式(1)が地下水位 h について線形であることを利用し、地下水位を状態変数 x_t として正規分布、透水量係数を未知パラメータ θ_t として粒子 (離散的な確率分布) によって表現する。図 1 に示すようにパラメータの粒子毎にガウス分布に従う状態確率変数が対応する。これにより青線の各粒子の重みと赤線のガウス分布の分散共分散行列が同時に更新される。

式(1)を離散化した後の状態方程式は

$$\begin{aligned} \theta_t &= \theta_{t-1}, \quad x_t = \mathbf{L}(\theta_{t-1})x_{t-1}, \\ y_t &= \mathbf{H}x_t + r_t, \quad r_t \sim N(0, \mathbf{R}_t) \end{aligned} \quad (2)$$

と表すことができる。ここに、 \mathbf{L} は有限要素法による離散化行列、 \mathbf{H} は観測行列、 r_t 観測ノイズ、 \mathbf{R}_t は観測ノイズの分散共分散行列である。

3. 解析条件と解析結果

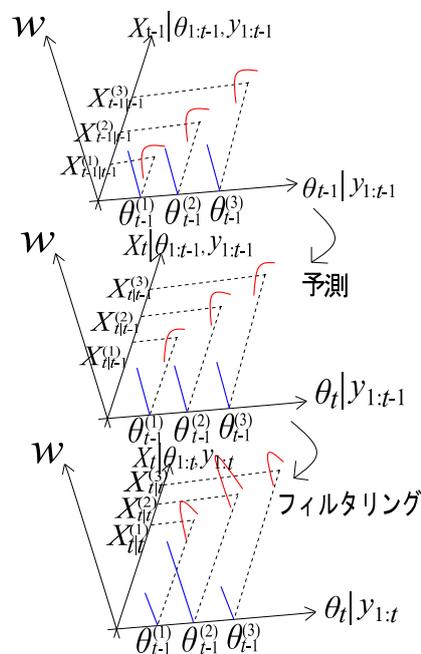


図 1 PF/KF 混合手法の概略
Fig.1 PF/KF hybrid method

解析領域は図2に示す一辺1 mの正方形領域とし、境界条件には全ての節点において地下水位を0 mとした。またその他においては一様に40 mとした。図2に示す800要素を有するメッシュを用いた数値解析の手順を以下にまとめる。

1. 領域内のパラメータには、乱数値を取る粒子 $\theta_{0|1}^{(i)}$ を10,000個用意し、各粒子の初期状態分布 $x_{0|1}^{(i)}$ の平均 $X_{0|1}^{(i)}$ 、初期分散共分散行列 $V_{0|1}^{(i)} = 400$ を設定する。
2. 以下 a, b, c を $t=0 \sim 30$ 秒まで繰り返す。
 - a. KFの地下水位のフィルタ分布を得る。
 - b. KFの予測を行い予測分布を得る。
 - c. PFにより重み（透水量係数のフィルタ分布）を得る。
3. 最終ステップで得た各粒子の重み付き平均から透水量係数の推定値を得る。

図3は上段が $t=1$ 秒、下段が $t=30$ 秒時点の重み分布を表す。なお、同図の横軸は推定パラメータである主成分係数ベクトルの成分の中で最も近似分布への影響が大きい主成分係数 θ_1 であり、その重み分布は推定パラメータ θ の確率分布を代表する。 $t=1$ において、重みのピークをはっきりと見ることができ、かつピーク付近に多くの粒子が重みを持つ。そのため、逆解析のシミュレーションの最初の段階において推定がうまくいっていることがみられる。また $t=30$ において、1つの粒子にのみ重みがついており、推定における確率的な分布が失われている。これは粒子の退化と呼ばれる現象であり、対策を講じる必要がある。また図4は、真値の透水量係数と推定透水量係数の分布の比較である。RMSE（Root Mean Square Error）を用いて、上段の真値透水量係数と下段の推定透水量係数の間で誤差評価を行ったところ、 $2.9 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{min}$ であった。図3及び図4からは、退化の問題はあるものの、十分な精度の推定結果を得ることができた。

5. まとめ

本論における粒子/カルマン混合フィルタを用いた地下水位及び透水量係数の推定について、高い精度の推定結果を得ることができた。今後は初期分散共分散行列の設定の程度による推定への影響等の検証が必要である。

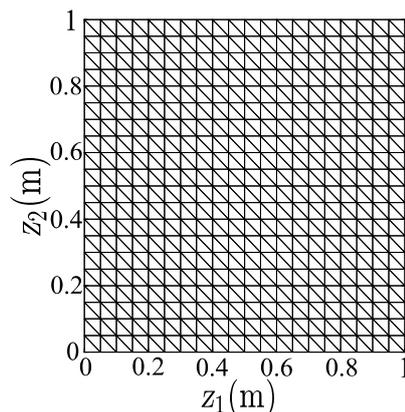


図2 逆解析領域

Fig.2 Computation domain

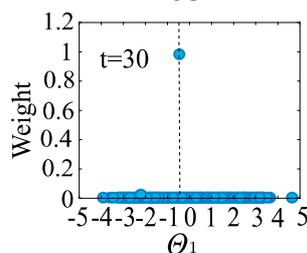
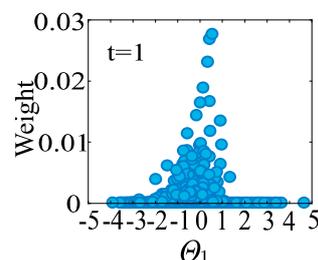


図3 重み分布図

Fig.3 Distribution of weight

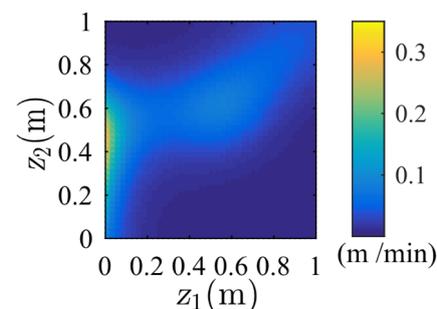
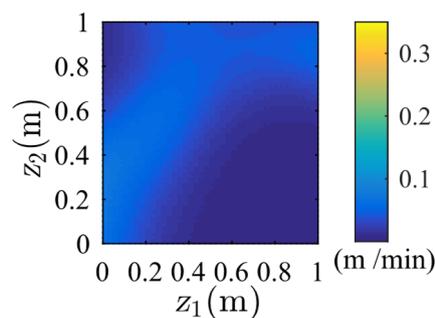


図4 透水量係数空間分布
Fig.4 Spatial distribution of transmissivity